EDITAL 436 DE 07 DE JUNHO DE 2022 CONCURSO PÚBLICO PARA DOCENTE - VAGA RT 004 PROGRAMA DE ENGENHARIA DE SISTEMAS E COMPUTAÇÃO SETORIZAÇÃO: ENGENHARIA E CIÊNCIA COMPUTACIONAL	Nº 3	Folha: 1/3

1. 4) a) A FORMULAÇÃO DFS COM DES, CONSIDERANDO $G(V,E)$ COM CUSTO $c_e : e \in E$, PODE SER REPRESENTADA POR:

$$\min \sum_{e \in E} c_e x_e$$

s.a:

$$\sum_{e \in E(i)} x_e = 2 \quad \forall i \in V \qquad (1)$$

$$\sum_{e \in S} x_e \leq |S| - 1 \quad \forall S \subset E \mid |S| < |V| + 1 \qquad (2)$$

$$x_e \in \{0,1\} \quad \forall e \in E \qquad (3)$$

ONDE x_e REPRESENTA A TOMADA DE DECISÃO DE QUAL ARESTA SERÁ UTILIZADA OU NÃO. A FAMILIA DE RESTRIÇÕES (1) GARANTE QUE HAVERÁ ~~APENAS~~ DUAS ARESTAS INCIDENTES A CADA VÉRTICE. JÁ A FAMÍLIA DE RESTRIÇÕES (2) GARANTE A ELIMINAÇÃO DE SUBCICLO. NO ENTANTO O NÚMERO DE RESTRIÇÕES DO TIPO (2) É EXPONENCIAL E, PORTANTO, FAZ SENTIDO ADICIONÁ-LAS POR DEMANDA ~~ATRAVÉS~~ DE UM ALGORITMO DE BRANCH-AND-CUT.

PARA APLICAR O ALGORITMO DE BC, PRIMEIRO ~~CONSIDERA~~ REMOVEREMOS A FAMILIA DE RESTRIÇÕES (2) E INICIAREMOS A RESOLUÇÃO DO PROBLEMA SEM ELAS. À MEDIDA QUE RESOLVEMOS NÓS DA ÁRVORE DE BRANCH-AND-BOUND, CHAMAMOS UM ~~CALLBACK~~ ALGORITMO DE SEPARAÇÃO VIA "CALLBACK" PARA ENCONTRAR RESTRIÇÕES DO TIPO (2) VIOLADAS NA SOLUÇÃO ATUAL $\bar{x}$. PARA ENCONTRAR S PODE-SE UTILIZAR UM ALGORITMO DE CORTE MÍNIMO NO GRAFO ~~...~~ AUXILIAR CONSTRUÍDO COM $\bar{x}$. A PARTIR DA ~~...~~ SOLUÇÃO DO CORTE MÍNIMO,

CONSTRÓI-SE S E VERIFICA SE A RESTRIÇÃO ESTÁ VIOLADA. SE SIM, A ADICIONA NO PROBLEMA ORIGINAL. E O RESOLVE NOVAMENTE. VALE LEMBRAR QUE É POSSÍVEL APROVEITAR A BASE ANTERIOR NA CONSTRUÇÃO DE UMA NOVA BASE DUAL VIAVEL, MELHORANDO A EFICIENCIA DA RESOLUÇÃO DO NOVO PROBLEMA, VIA DUAL SIMPLEX. ESSE PROCEDIMENTO É REPETIDO ENQUANTO EXISTIREM RESTRIÇÕES DO TIPO (2) VIOLADAS.

b) O MODELO MTZ É UM MODELO DE FLUXO PARA O PROBLEMA DO CAIXEIRO VIAJANTE. MILLER, TUCKER E ZEMLIN, PROPUZERAM QUE RESTRIÇÕES DE FLUXO FOSSEM UTILIZADAS PARA GARANTIR QUE NÃO EXISTA SUBROTA.

DE MODO GERAL CRIA-SE VARIAVEIS DE FLUXO QUE SERVEM COMO CONTADORES. PARA TAL MODELAGEM ADOTA-SE UM VÉRTICE ORIGEM E DIGA QUE LÁ SAIRÁ UMA UNIDADE DE FLUXO E QUE DEVERÁ CHEGAR $|V|$ UNIDADES DE FLUXO. ALÉM DISSO, SÃO MANTIDAS AS RESTRIÇÕES QUE GARANTEM QUE UM VÉRTICE SEJA VISITADO UMA ÚNICA VEZ.

c) A RELAXAÇÃO LAGRANGEANA PARA A FORMULAÇÃO EM (a) PODE SER DEFINIDA POR:

$$\min \mathcal{L} = \min\left(\sum_{e \in E} c_e x_e - \sum_{i \in V} \lambda_i \left(2 - \sum_{e \in E(i)} x_e\right)\right)$$

S.A. RESTRIÇÃO DE ELIMINAÇÃO DE SUBCICLO.

DADA A FORMULAÇÃO VIA RELAXAÇÃO LAGRANGEANA, RESOLVER ESTE PROBLEMA PASSA A CONSISTIR EM RESOLVER PROBLEMAS DE ARVORE GERADORA MÍNIMA, COM OS CUSTOS EM $\mathcal{L}$ E A CADA ITERAÇÃO ATUALIZAR λ_i VIA UM ALGORITMO DE SUBGRADIENTE

EDITAL 436 DE 07 DE JUNHO DE 2022 CONCURSO PÚBLICO PARA DOCENTE - VAGA RT 004 PROGRAMA DE ENGENHARIA DE SISTEMAS E COMPUTAÇÃO SETORIZAÇÃO: ENGENHARIA E CIÊNCIA COMPUTACIONAL	Nº 3	Folha: 2/3

6.4) a) CONSIDERANDO O PROPOSTO, PRIMEIRO PRECISAMOS DEFINIR OTIMIZAÇÃO ESTOCÁSTICA E OTIMIZAÇÃO ROBUSTA, ATRAVÉS DAS CARACTERÍSTICAS QUE AS DIFERENCIAM.

EM OTIMIZAÇÃO ROBUSTA BUSCA LEVAR EM CONSIDERAÇÃO DIVERSOS CENÁRIOS QUE SURGEM A PARTIR DE UMA INCERTEZA. ASSIM, É CRIADO CONJUNTOS DE RESTRIÇÕES PARA CADA CENÁRIO DE MODO QUE TODAS PRECISARÃO SER ATENDIDAS. UMA VEZ DEFINIDO O ESPAÇO SOLUÇÃO DEFINIMOS A DIREÇÃO DE OTIMIZAÇÃO, ATRAVÉS DA DEFINIÇÃO DA FUNÇÃO OBJETIVO QUE BUSCARÁ, POR EXEMPLO, MAXIMIZAR O RETORNO ESPERADO, OU MINIMIZAR UM DETERMINADO CUSTO ESPERADO. DEFINE-SE RETORNO ESPERADO, OU CUSTO ESPERADO, POIS UMA VEZ ESTÁ SE TRABALHANDO SOB INCERTEZA E AS DISTRIBUIÇÕES DOS PARÂMETROS SOB INCERTEZA SÃO CONHECIDOS, UMA BOA MÉTRICA SERIA A UTILIZAÇÃO DO VALOR ESPERADO. NESSE CASO, BUSCA-SE O RETORNO MÉDIO, UMA VEZ QUE NÃO TEM-SE A INFORMAÇÃO DO VIRÁ A ACONTECER.

JÁ QUANDO FALAMOS DE OTIMIZAÇÃO ESTOCÁSTICA, INCLUÍMOS TAMBÉM A IDÉIA DE RESTRIÇÕES CONDICIONAIS QUE FAZ COM QUE AS RESTRIÇÕES PASSEM A PODER NÃO SER ATENDIDA COM DETERMINADA PROBABILIDADE. USUALMENTE, CONSIDERA-SE QUE O PARÂMETRO SOBRE INCERTEZA TEM DISTRIBUIÇÃO NORMAL COM MÉDIA μ E DESVIO PADRÃO σ. COM ISSO, SUPONDO A INCERTEZA SOB O LADO DIREITO DA RESTRIÇÃO (b) ESTA PODERÁ SER RESCRITA COMO:

$$b = \mu \pm z_{\alpha} \sigma$$

ONDE α É A PROBABILIDADE ATENDIMENTO DESEJADA.

A RESPEITO DE VANTAGENS E DESVANTAGENS TEMOS QUE A OTIMIZAÇÃO ROBUSTA TENDERÁ A SER MAIS INTERESSANTE QUANDO O CONJUNTO DE RESTRIÇÕES NÃO PUDER SER VIOLADO ("HARD CONSTRAINT"). JÁ A OTIMIZAÇÃO ESTOCÁSTICA, NO SENTIDO DAS RESTRIÇÕES CONDICIONAIS, É MAIS INTERESSANTE QUANDO TIVERMOS RESTRIÇÕES QUE PODEM SER NÃO ATENDIDAS. É IMPORTANTE RESSALTAR QUE COMO PODEMOS ESCOLHER α TÃO PROXIMO DE 100% QUANTO QUISERMOS, É POSSIVEL TRATAR "HARD CONSTRAINTS" COMO RESTRIÇÕES CONDICIONAIS.

b) CONSIDERE UM FAZENDEIRO QUE PRECISA COMPRAR DIFERENTES TERRAS PARA REALIZAR O PLANTIO DE DIFERENTES GRÃOS. NESTE CENÁRIO, AS DECISÕES A SEREM TOMADAS EM UM PRIMEIRO ESTÁGIO CONSISTEM NA COMPRA OU NÃO DE CADA TERRA, REPRESENTADAS PELA VARIÁVEL DE DECISÃO y_j, $j \in J$ (CONJUNTO DE TERRAS DISPONÍVEIS). EM UM SEGUNDO ESTÁGIO, DECIDE-SE A QUANTIDADE DE CADA GRÃO A SER PLANTADO EM CADA TERRA ADQUIRIDA, SENDO QUE CADA TERRA j É CAPAZ DE RECEBER q_j GRÃOS, QUE VARIAM EM FUNÇÃO DAS CONDIÇÕES CLIMÁTICAS, PASSANDO A SER REPRESENTADA POR q_j^k, ONDE $k \in K$ (CONJUNTO DAS DIFERENTES CONDIÇÕES CLIMATICAS. ALÉM DISSO, SE FAZ NECESSÁRIO PRODUZIR UMA QUANTIDADE MÍNIMA DE CADA TIPO DE GRÃO (Q_i). A DECISÃO DO QUANTO PLANTAR DE CADA GRÃO EM CADA TERRA É REPRESENTADA PELA VARIÁVEL DE DECISÃO x_{ij}, $i \in I$ (TIPO DE GRÃO), $j \in J$. NO INTUITO DE AUMENTAR SEU PATRIMÔNIO O FAZENDEIRO DESEJA MINIMIZAR SEUS GASTOS E PRODUZIR O MÁXIMO DE GRÃOS POSSÍVEIS, NO CASO MÉDIO, DEVIDO A INCERTEZA:

$$\min \sum_{j \in J} \overset{\text{CUSTO DE COMPRAR A TERRA } j}{c_j} y_j - \mathbb{E}[x|y]$$

S.A.:

$$\sum_{i \in I} x_{ij} \leq q_j^k y_j \quad \forall j \in J, \forall k \in K$$

$$\sum_{j \in J} x_{ij} \geq Q_i \quad \forall i \in I$$

$$y \in \{0,1\}^{|J|} \qquad x \geq 0$$

EDITAL 436 DE 07 DE JUNHO DE 2022 CONCURSO PÚBLICO PARA DOCENTE - VAGA RT 004 PROGRAMA DE ENGENHARIA DE SISTEMAS E COMPUTAÇÃO SETORIZAÇÃO: ENGENHARIA E CIÊNCIA COMPUTACIONAL	Nº 3	Folha: 3/3

8.4) O MÉTODO SIMPLEX PARA PROGRAMAÇÃO LINEAR PARTE DO PRINCIPIO DE QUE SE UM DADO PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO LINEAR POSSUÍ SOLUÇÃO ÓTIMA FINITA, ENTÃO PELO MENOS UM DOS VÉRTICES QUE COMPOEM O POLIÉDRO CONVEXO QUE DEFINE A REGIÃO VIAVEL DO PROBLEMA POSSUÍ ~~O~~ CUSTO ÓTIMO. COM ISSO, TROCA-SE A BUSCA POR SOLUÇÕES NO ESPAÇO CONVEXO DE SOLUÇÕES VIAVEIS, POR BUSCAR VÉRTICES DO POLIÉDRO CONVEXO, TORNANDO O PROBLEMA COMBINATÓRIO.

DADA UMA REGIÃO VIAVEL DA FORMA $Ax=b$, ONDE $A_{m \times n}$, $X_{n \times 1}$ e $b_{m \times 1}$, PODEMOS CARACTERIZAR UM VÉRTICE DO NOSSO POLIÉDRO POR UMA SUBMATRIZ B DE A, TAL QUE $B_{n \times n}$ e $B^{-1}b \geq 0$. ASSIM, ~~[illegible]~~ PARA OBTERMOS UM VÉRTICE DO POLIÉDRO, BASTA ENCONTRAR UMA MATRIZ B QUE ATENDA AS CONDIÇÕES ESPECIFICADAS. UMA VEZ TENDO DEFINIDO UM VÉRTICE COMO PONTO DE PARTIDA, IREMOS ANDAR DE VÉRTICE EM VÉRTICE VIZINHO, ATÉ QUE A SOLUÇÃO VIAVEL REPRESENTADA PELO VÉRTICE SEJA PRIMAL E DUAL VIAVEL. SER PRIMAL VIAVEL $(B^{-1}b \geq 0)$ É UMA CONDIÇÃO INICIAL, LOGO PRECISAMOS TOMAR CUIDADO PARA NÃO ALTERÁ-LA À MEDIDA QUE ANDAMOS DE VÉRTICE EM VÉRTICE. PARA ISSO, AO TROCARMOS UMA COLUNA DA MATRIZ B POR UMA COLUNA DE $A \setminus B$, PRECISAMOS VERIFICAR CONSIDERANDO $A=(B\ N)$ E O CUSTO DA FUNÇÃO OBJETIVO $c=(c_B\ c_N)$ SE:

- A COLUNA QUE IRÁ ENTRAR TEM CUSTO REDUZIDO MAIOR QUE ZERO (NO CASO DE MINIMIZAÇÃO) $\rightarrow c_B B^{-1} N - c_N \geq 0$ PARA ALGUMA COLUNA
- A COLUNA QUE IRÁ SAIR É A QUE MAIS LIMITA O CRESCIMENTO DA VARIÁVEL ASSOCIADA À COLUNA QUE ESTÁ ENTRANDO EM B. $\rightarrow \min_{k \in I_B} \left\{ \frac{b_k}{a_j} \right\}$ $j \in I_N$ | SUA COMPONENTE É ≥ 0 NO CALCULO DE $c_B B^{-1} N - c_N$

SER DUAL VIAVEL IMPLICA EM NÃO EXISTIR MOVIMENTO NA VIZINHANÇA DA TROCA DE VÉRTICE QUE MELHORE A SOLUÇÃO CORRENTE. ASSIM, NOVAMENTE NO CASO DE MINIMIZAÇÃO, TEMOS QUE PARA QUE UMA SOLUÇÃO SEJA DUAL VIÁVEL, ~~TEMOS QUE~~ $C_B B^{-1} N - c_N \leq 0$ PARA TODAS AS COMPONENTES DESSE VETOR.

É IMPORTANTE RESSALTAR QUE QUANDO EXISTIR PELO MENOS UMA COMPONENTE DO VETOR $C_B B^{-1} N - c_N$ ~~[illegible]~~ IGUAL A ZERO, ~~[illegible]~~ DIZ-SE TER SOLUÇÃO DEGENERADA, O IMPLICA NA EXISTÊNCIA DE INFINITAS SOLUÇÕES.

ALÉM DISSO, RESSALTO TAMBEM QUE O MÉTODO SIMPLEX TAMBÉM É CAPAZ DE DETERMINAR QUANDO O ESPAÇO É ILIMITADO, IMPLICANDO EM UMA SOLUÇÃO COM CUSTO $\pm\infty$. PARA ISSO BASTA VER NA ETAPA DE TROCA DE COLUNAS QUE UMA RESPECTIVA VARIÁVEL NÃO É LIMITADA ~~[illegible]~~ INFERIORMENTE (NO CASO DE MINIMIZAÇÃO).

DADOS OS ELEMENTOS APRESENTADOS O MÉTODO SIMPLEX PODE SER REPRESENTADO DA SEGUINTE FORMA:

ENQUANTO EXISTIR INDICE DE $C_B B^{-1} N - c_N$ COM VALOR > 0

→ ESCOLHE A COLUNA ASSOCIADA AO INDICE j TAL QUE $C_B B^{-1} a_j - c_j > 0$ PARA ENTRAR NA BASE

→ ESCOLHE A COLUNA ASSOCIADA AO INDICE k TAL QUE $\dfrac{B^{-1} b_k}{a_j}$ SEJA MÍNIMO

→ CASO A VARIAVEL ASSOCIADA A j NÃO SEJA LIMITADA

→ PROBLEMA ILIMITADO, PARE!

→ TROQUE A COLUNA k DE B PELA COLUNA j DE N.